

ЗАДАНИЕ 18. ЗАДАЧИ НА ЧИСЛА И ИХ СВОЙСТВА

1. Натуральное число имеет ровно два простых делителя. Его квадрат имеет 85 различных натуральных делителей. Какое наибольшее количество различных натуральных делителей может иметь куб этого числа?

2. Имеется 8 карточек. На них записывают по одному каждое из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные восемь сумм перемножают.

а) Может ли в результате получиться ноль?

б) Может ли в результате получиться 1?

в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

3. Из 40 последовательных нечетных чисел 1, 3, 5, 7, ..., 79 выбрали 7 различных чисел, которые записали в порядке возрастания. Пусть A - четвертое по величине среди этих чисел, а B - среднее арифметическое выбранных семи чисел.

а) Может ли $B - A$ равняться $\frac{2}{7}$?

б) Может ли $B - A$ равняться $\frac{3}{7}$?

в) Найдите наибольшее возможное значение $B - A$.

4. Последовательность $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ состоит из натуральных чисел, причем $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ при всех натуральных n .

а) может ли выполняться равенство $4a_5 = 7a_4$?

б) может ли выполняться равенство $5a_5 = 7a_4$?

в) при каком наибольшем натуральном n может выполняться равенство $6na_{n+1} = (n^2 + 24)a_n$?

5. В прицепе фуры помещается на пять контейнеров меньше, чем в основном кузове, в который входит не менее 16 контейнеров. Для перевозки всех контейнеров, находящихся на складе, фуре с прицепом при полной загрузке необходимо не менее 8 рейсов. Фуре без прицепа, так же при полной загрузке, потребуется для этого на 6 рейсов больше. Сколько контейнеров находится на складе?

6. Красный карандаш стоит 17 рублей, синий — 13 рублей. Нужно купить карандаши, имея всего 495 рублей и соблюдая дополнительное условие: число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей больше чем на пять.

а) Можно ли купить при таких условиях 32 карандаша?

б) Можно ли купить при таких условиях 35 карандашей?

в) Какое наибольшее число карандашей можно купить при таких условиях?