

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА ПО АЛГЕБРЕ  
для учащихся 8А класса

май 2016

БИЛЕТ № 1

1. Упростить выражение

а)  $\frac{9x^2 - 49}{2x^2 + 15x - 8} \cdot \frac{x + 8}{3x + 7} - \frac{1}{1 - 2x}$       б)  $\sqrt{9 - 4\sqrt{2}} + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}$

2. Решить задачу

На изготовление 180 деталей первый рабочий тратит на 3 часа меньше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше?

3. Решить уравнение

а)  $x^3 - 5x^2 - 4x + 20 = 0$       б)  $\frac{x + 7}{x + 4} - \frac{1}{x + 3} + \frac{1}{x^2 + 7x + 12} = 0$

4. Найти все целые числа, удовлетворяющие системе неравенств

$$\begin{cases} \frac{6x + 1}{3} - \frac{5x - 1}{2} \leq \frac{10 - x}{5} \\ 3 - \frac{2x}{3} \geq 1 - \frac{x}{6} \end{cases}$$

5. Основание треугольника равно 22. К этому основанию проведены медиана и высота, длины которых соответственно равны 13 и 12. Найти длину большей боковой стороны этого треугольника.

6. Докажите свойство треугольников, образованных при пересечении диагоналей выпуклого 4-угольника

БИЛЕТ № 2

1. Упростить выражение

а)  $\left( \frac{x + 3y}{x^2y - 3xy^2} + \frac{3}{x^2 + 3xy} \right) \cdot \frac{9y^3 - x^2y}{(9y + x)^2}$       б)  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2 + 10x + 25}$  при  $x = 2$

2. Решить задачу

Моторная лодка прошла 39 км по течению реки и 28 км против течения реки за то же время, за которое она могла пройти в озере 70 км. Найти скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч

3. Решить уравнение

а)  $(x^2 + 2x)^2 - 2(x + 1)^2 = 1$       б)  $\frac{x + 5}{x + 2} + \frac{1}{(x + 1)(x + 2)} = \frac{1}{x + 1}$

4. Найти все целые числа, удовлетворяющие системе неравенств

$$\begin{cases} \frac{6 - x}{2} - 4 < \frac{2 + 3x}{5} - 1 \\ x - \frac{6 - x}{2} < \frac{x}{3} \end{cases}$$

5. В параллелограмме ABCD  $\angle A = 60^\circ$ , диагональ BD перпендикулярна к стороне AB. Прямая, проходящая через середину отрезка BD – точку M параллельно AD, пересекает сторону AB в точке K, MK = 4 см. Найдите площадь параллелограмма.

6. Доказать теорему о площади треугольников, имеющих общий угол

**БИЛЕТ № 3**

1. Упростить выражение

$$а) \left( \frac{2x+y}{2x^2y-xy^2} - \frac{2}{y^2+2xy} \right) : \frac{(6x+y)^2}{4x^3-y^2x} \quad б) \sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{7+4\sqrt{3}}$$

2. Решить задачу

Турист проплыл на байдарке 25 км по озеру и 9 км против течения реки за столько же времени, за сколько он проплыл бы по течению той же реки 56 км. Найти скорость байдарки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч

3. Решить уравнение

$$а) (x^2 - 6x)^2 + 14(x-3)^2 = 81$$

$$б) \frac{x^2 - 2x - 5}{(x-3)(x-1)} + \frac{1}{x-3} = 1$$

4. Найти наибольшее целое решение системы неравенств

$$\begin{cases} \frac{3}{5} - \frac{2-4x}{3} \leq \frac{2x-3}{2} \\ \frac{2x-27}{2} \geq 4x \end{cases}$$

5. В равнобедренной трапеции боковая сторона равна 10, диагональ равна 17, а разность оснований равна 12. Найти площадь трапеции.

6. Доказать подобие треугольников, образованных при пересечении диагоналей трапеции

**БИЛЕТ № 4**

1. Упростить выражение

$$а) \left( \frac{x+7a}{7ax-x^2} + \frac{x-7a}{7ax+x^2} \right) : \frac{28a}{x^2-49a^2} \quad б) \sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{21+4\sqrt{5}}$$

2. Решить задачу

Моторная лодка прошла 7,5 км по течению реки и 4,5 км против течения, затратив на весь путь 1ч. Какова скорость лодки по течению, если собственная скорость лодки равна 12 км/ч?

3. Решить уравнение

$$а) x^3 - 6x^2 - 4x + 24 = 0$$

$$б) \frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{3}{x-1} = \frac{3-x}{x-2}$$

4. Найти наибольшее целое решение системы неравенств

$$\begin{cases} \frac{2x+1}{4} \leq \frac{5+4x}{10} - \frac{2}{5} \\ 2x \geq \frac{14x+17}{2} \end{cases}$$

5. Угол А равнобедренного треугольника ABC с основанием BC равен  $36^\circ$ , BF – биссектриса треугольника ABC. Найти BC, если AF=2016.

6. Доказать 6 основных тригонометрических тождеств

**БИЛЕТ № 5**

1. Упростить выражение

$$а) \left( \frac{x-4a}{4ax-x^2} + \frac{4a+x}{4ax+x^2} \right) : \frac{16a}{x^2-16a^2}. \quad б) \sqrt{(3-x)^2} - \sqrt{x^2+4x+4} \text{ при } x=4$$

2. Решить задачу

Моторная лодка прошла против течения реки 60 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 45 минут меньше. Найти скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч.

3. Решить уравнение

$$а) (x^2+2)^2 + 3(x^2+2) - 18 = 0 \quad б) \frac{3x-2}{x-4} - \frac{x+2}{x+4} = 2$$

4. Найти наибольшее целое решение системы неравенств

$$\begin{cases} 1 - \frac{1-x}{2} < 4 - \frac{5+4x}{3} \\ 2 - \frac{x+8}{4} > 0 \end{cases}$$

5. Точка С делит отрезок АВ в отношении  $\frac{AC}{CB} = \frac{2}{7}$ , а точка D делит отрезок СВ в отношении  $\frac{CD}{DB} = \frac{9}{5}$ .

Найти AD : DB.

6. Доказать, что биссектрисы противоположных углов параллелограмма параллельны

**БИЛЕТ № 6**

1. Упростить выражение

$$а) \left( \frac{a+b}{a^2-b} - \frac{a-b}{a^2+b} \right) : \frac{a+1}{a^2-b}. \quad б) \sqrt{19-6\sqrt{2}} + \sqrt{19+6\sqrt{2}}$$

2. Решить задачу

Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 400 литров она заполняет на 2 часа 20 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объемом 900 литров?

3. Решить уравнение

$$а) \left( \frac{1}{x} - 6 \right)^2 + \frac{1}{x} - 12 = 0 \quad б) \frac{3-x}{5-x} - \frac{3x+1}{x+5} = -2$$

4. Решить неравенство и найти все его целые решения.

$$\begin{cases} 2 - \frac{3+2x}{3} > 1 - \frac{x+6}{2} \\ 3 + \frac{x}{4} < x \end{cases}$$

5. Биссектриса острого угла равнобедренной трапеции делит боковую сторону длиной 13 в отношении 26:11, считая от большего основания. Найдите площадь трапеции, если меньшее основание равно 2.

6. Доказать теорему о смежных треугольниках.

**БИЛЕТ № 7**

1. Упростить выражение

$$a) \left( \frac{n+1}{n^2+4n+4} - \frac{n-1}{n^2-4} \right) : \frac{2n}{(n+2)^2} \quad б) \sqrt{(x-1)^2} - \sqrt{x^2+2x+1} \text{ при } x = -2,5$$

2. Решить задачу

На изготовление 40 деталей первый рабочий тратит на два часа больше, чем второй на изготовление 36 деталей. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что второй рабочий за час делает на одну деталь больше?

3. Решить уравнение

$$a) 2 \left( x + \frac{1}{x} \right)^2 + x + \frac{1}{x} - 10 = 0 \quad б) \frac{2-x}{x+3} - \frac{2x+1}{3-x} = 1$$

4. Найти наименьшее целое решение системы неравенств:

$$\begin{cases} \frac{7-x}{2} - 3 < \frac{3+4x}{5} - 4; \\ \frac{5}{3}x + 5(4-x) < 2(4-x). \end{cases}$$

5. В треугольнике ABC проведена биссектриса BK, AB:BC = 3:4. Найдите площадь треугольника BCK, если площадь треугольника ABK равна 36.

6. Доказать, что два треугольника, образованных при пересечении диагоналей трапеции, равновелики

**БИЛЕТ № 8**

1. Упростить выражение

$$a) \left( \frac{x}{x^2-2x+1} - \frac{1}{x-1} \right) : \frac{5}{(x-1)^2} \quad б) \sqrt{28-6\sqrt{3}} + \sqrt{28+6\sqrt{3}}$$

2. Решить задачу

Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 48 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба?

3. Решить уравнение

$$a) \left( x + \frac{1}{x} \right)^2 + x + \frac{1}{x} - 2 = 0 \quad б) \frac{2x+1}{x-2} - \frac{x-1}{x+2} = 1$$

4. Найти целые решения системы неравенств:

$$\begin{cases} \frac{2x-11}{4} + \frac{19-2x}{2} < 2x; \\ \frac{2x+15}{9} > \frac{1}{5}(x-1) + \frac{x}{3}. \end{cases}$$

5. Высота, проведенная из вершины прямого угла прямоугольного треугольника, равна 6 и делит гипотенузу на отрезки, один из которых больше другого на 5 см. Найти стороны треугольника.

6. Доказать, что биссектрисы соседних углов параллелограмма перпендикулярны.

**БИЛЕТ № 9**

1. Упростить выражение

$$a) \left( \frac{m-3}{m^2-4m+3} - \frac{2m}{m^2-1} \right) : \frac{1}{5m+5} \quad б) \sqrt{(5-x)^2} - \sqrt{x^2-6x+9} \text{ при } x=1$$

2. Решить задачу

Моторная лодка прошла 7 км по течению реки и 10 км против течения, затратив на путь по течению на 0,5 ч меньше, чем на путь против течения. Собственная скорость лодки равна 12 км/ч. Найти скорость лодки против течения.

3. Решить уравнение

$$a) x^4 + 3x^2 - 4 = 0 \quad б) \frac{6}{4x^2-1} - \frac{x}{2x-1} = \frac{5}{2x+1}$$

4. Решить систему неравенств и указать наименьшее целое решение.

$$\begin{cases} 3 - \frac{3-7x}{10} + \frac{x+1}{2} > 4 - \frac{7-3x}{5}; \\ 7(3x-6) + 4(17-x) > 11 - 5(x-3). \end{cases}$$

5. Медиана CM и биссектриса BF прямоугольного треугольника ABC с прямым углом при вершине C пересекаются в точке F. Найти FK, если  $\angle BFM = 90^\circ$ , а AK=10.

6. Вывести формулы высоты и площади равностороннего треугольника.

**БИЛЕТ № 10**1. Упростить выражение  $a) \left( \frac{m+3}{m^2+4m+4} - \frac{2m+6}{m^2+5m+6} \right) \cdot \frac{m^2-4}{m+1}$ 

$$б) \sqrt{x^2-10x+25} - \sqrt{(2-x)^2} \text{ при } x=3$$

2. Решить задачу

Катер прошел 8 км по течению реки и 16 км против течения, затратив на весь путь  $\frac{4}{3}$  часа. Какова скорость движения катера по течению, если собственная скорость катера равна 20 км/ч?

3. Решить уравнение

$$a) x^4 - 4x^2 - 5 = 0 \quad б) \frac{5}{x-1} + \frac{3x-3}{2x+2} = \frac{2x^2+8}{x^2-1}$$

4. Решить систему неравенств и указать все ее целые решения

$$\begin{cases} \frac{5x+7}{6} - \frac{3x}{4} < \frac{11x-7}{12} \\ \frac{1-3x}{2} - \frac{1-4x}{3} \geq \frac{x}{6} - 1 \end{cases}$$

5. Две высоты ромба, проведенные из вершин его тупых углов, пересекаясь, делятся в отношении 1:2. Найти углы ромба.

6. Доказать, что биссектриса треугольника делит его сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника

**БИЛЕТ № 11**

1. Упростить выражение

$$a) \left( \frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2} - \frac{a^2}{a+b} \right) \cdot \left( \frac{-1}{b^2} \right)$$

$$б) \sqrt{4x^2 + 4x + 1} - \sqrt{x^2 - 4x + 4}. \text{ Найти значение выражения при } x = -0,5$$

2. Решить задачу

Два автобуса выехали одновременно из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 48 км. Один из автобусов, двигаясь на 4 км/ч быстрее другого, прибыл в пункт В на 10 минут раньше, чем другой. Найти скорости автобусов.

3. Решить уравнение

$$a) (x^2 - 6x + 9)^2 + 2(x - 3)^2 = 3$$

$$б) \frac{3}{x^2 - 2x + 1} + \frac{2}{1 - x^2} = \frac{1}{x + 1}$$

4. Решить систему неравенств и указать все ее целые решения

$$\begin{cases} \frac{8x+1}{3} + \frac{x-1}{3} > \frac{4x+9}{2} \\ \frac{5x-2}{3} < \frac{2x+13}{2} - \frac{x+2}{3} \end{cases}$$

5. В треугольнике со сторонами 15 см, 15 см и 24 см. Найти расстояния от точек пересечения медиан до сторон треугольника.

6. Доказать одно из трех свойств пропорциональных отрезков прямоугольного треугольника (по желанию)

**БИЛЕТ № 12**

1. Упростить выражение

$$a) \left( \frac{a^2 - b^2}{a^2 + 2ab + b^2} + \frac{b}{a+b} \right) \cdot \frac{a+b}{3b}$$

$$б) \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$$

2. Решить задачу

Лодочник проплыл 3 км по течению реки и 3 км против течения за то же время, за которое плот мог бы проплыть 4 км по течению. Собственная скорость лодки равна 6 км/ч. Найти скорость течения

3. Решить уравнение

$$a) (x^2 + 4x + 4)^2 + 3(x + 2)^2 = 4$$

$$б) \frac{4}{x^2 + 6x + 9} - \frac{6}{9 - x^2} = \frac{1}{x - 3}$$

4. Найти наименьшее целое решение системы неравенств

$$\begin{cases} \frac{3(x-1)}{2} - 1,3x \geq \frac{x}{5} - 1,5 \\ \frac{x-3}{5} < \frac{x+5}{3} \end{cases}$$

5. Точка С делит отрезок АВ в отношении  $\frac{AC}{CB} = \frac{2}{7}$ , а точка D делит отрезок СВ в отношении  $\frac{CD}{DB} = \frac{9}{5}$ .

Найти, на сколько процентов отрезок АВ длиннее отрезка СВ.

6. Доказать свойство медианы прямоугольного треугольника.