

**Основные тождества тригонометрии (ОТТ) – 6 формул**

- 1)  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$   
 $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$  - следствие  
 $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$  - следствие
- 2)  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- 3)  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$
- 4)  $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$   
 $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$  - следствие       $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$  - следствие
- 5)  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$       6)  $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

**Формулы сложения – 6 формул**

1.  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
2.  $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$
3.  $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
4.  $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$
5.  $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$
6.  $\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$

**Формулы двойных углов – 5 формул**

- 1)  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- 2)  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- 3)  $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$
- 4)  $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$
- 5)  $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$

**Формулы тройных углов (2 формулы)**

- 1)  $\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$
- 2)  $\cos 3\alpha = -3 \cos \alpha + 4 \cos^3 \alpha$

**Формулы понижения степени (половинных углов) - 7 формул**

- 1)  $\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$
- 2)  $\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$
- 3)  $1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$  - следствие
- 4)  $1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$  - следствие
- 5)  $\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$
- 6)  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$       7)  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$

**Сумма в произведение (7 формул)**

- 1)  $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$
- 2)  $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$
- 3)  $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$
- 4)  $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$
- 5)  $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$
- 6)  $\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$
- 7)  $\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right)$  - одинаковые углы

**Произведение в сумму (3 формулы)**

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)]$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

**Равенство одноименных функций (2 формулы)**

$$\sin \alpha = \sin \beta \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = \beta + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \alpha = \pi - \beta + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\cos \alpha = \cos \beta \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = \beta + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \alpha = -\beta + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

**Метод вспомогательного угла**     $A \sin \alpha \pm B \cos \alpha = \sqrt{A^2 + B^2} \left( \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \sin \alpha \pm \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \cos \alpha \right)$

**Замена:**  $\sin x + \cos x = t$ ,  $2 \sin x \cos x = 1 - t^2$  (для уравнений, содержащих сумму и произведение)