

16.1

Комбинация окружностей
Уровень сложности ***Задания для подготовки

1. Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключенного между точками касания, если окружности лежат по разные стороны от этой касательной, их радиусы равны 23 и 7, а расстояние между центрами окружностей равно 34.	16
2. Три окружности разных радиусов попарно касаются друг друга внешним образом. Отрезки, соединяющие их центры, образуют прямоугольный треугольник. Найдите радиус меньшей окружности, если радиусы большей и средней окружностей равны 6 и 4.	2
3. Две окружности касаются внешним образом в точке К. Прямая АВ касается первой окружности в точке А, а второй – в точке В. Прямая ВК пересекает первую окружность в точке D, прямая АК пересекает вторую окружность в точке С. а) Докажите, что прямые AD и ВС параллельны. б) Найдите площадь треугольника АКВ, если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1	3,2
4. Две окружности пересекаются в точках Р и Q. Прямая, проходящая через точку Р, второй раз пересекает первую окружность в точке А, а вторую – в точке D. Прямая, проходящая через точку Q параллельно AD, второй раз пересекает первую окружность в точке В, а вторую – в точке С. а) Докажите, что ABCD – параллелограмм б) Найдите отношение BP : PC, если радиус первой окружности вдвое больше радиуса второй	2
5. Две окружности касаются внутренним образом в точке А, причем меньшая проходит через центр большей. Хорда ВС большей окружности касается меньшей в точке Р. Хорды АВ и АС пересекают меньшую окружность в точках К и М соответственно. а) Докажите, что прямые KM и BC параллельны б) Пусть L – точка пересечения отрезков KM и AP. Найдите AL, если радиус большей окружности равен 26, а BC = 48.	$2\sqrt{26}$
6. Первая окружность с центром O, вписанная в равнобедренный треугольник KLM, касается боковой стороны KL в точке В, а основания ML – в точке А. Вторая окружность с центром O ₁ касается основания ML и продолжений боковых сторон. а) Докажите, что треугольник OLO ₁ прямоугольный. б) Найдите радиус второй окружности, если известно, что радиус первой равен 6 и АК = 16.	24
7. К двум непересекающимся окружностям равных радиусов проведены две параллельные общие касательные. Окружности касаются одной из этих прямых в точках А и В. Через точку С, лежащую на отрезке АВ, проведены касательные к этим окружностям, пересекающие вторую прямую в точках D и Е, причем отрезки СА и CD касаются одной окружности, а отрезки СВ и СЕ – другой. а) Докажите, что периметр треугольника CDE вдвое больше расстояния между центрами окружностей б) Найдите DE, если радиусы окружностей равны 5, расстояние между их центрами равно 18, а AC = 8	$\frac{99}{8}$