

# 16.3 Треугольник - Окружность.

## Уровень \*\*\*

### Задания для подготовки

<p>1. В треугольник ABC вписана окружность радиуса R, касающаяся стороны AC в точке D, причем <math>AD = R</math>.</p> <p>а) Докажите, что треугольник ABC – прямоугольный.</p> <p>б) Вписанная окружность касается сторон AB и BC в точках E и F соответственно. Найдите площадь треугольника BEF, если известно, что <math>R = 5</math> и <math>CD = 15</math></p>	40
<p>2. Около остроугольного треугольника ABC описана окружность с центром O. На продолжении отрезка AO за точку O отмечена точка K так, что <math>\angle BAC + \angle AKC = 90^\circ</math></p> <p>а) Докажите, что четырехугольник OBKC вписанный.</p> <p>б) Найдите радиус окружности, описанной около четырехугольника OBKC, если <math>\cos \angle BAC = 3/5</math>, а <math>BC = 48</math></p>	25
<p>3. В треугольнике ABC точки <math>A_1, B_1</math> и <math>C_1</math> – середины сторон BC, AC и AB соответственно. AH - высота, <math>\angle BCA = 45^\circ</math>, <math>\angle BAC = 60^\circ</math></p> <p>а) Докажите, что <math>A_1, B_1, C_1</math> и H лежат на одной окружности.</p> <p>б) Найдите <math>A_1H</math>, если <math>BC = 2\sqrt{3}</math></p>	1
<p>4. Окружность касается стороны AC остроугольного треугольника ABC и делит каждую из сторон AB и BC на три равные части.</p> <p>а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный</p> <p>б) Найдите, в каком отношении высота этого треугольника делит сторону BC.</p>	5:4
<p>5. Дан треугольник ABC. Серединный перпендикуляр к стороне AB пересекается с биссектрисой угла BAC в точке K, лежащей на стороне BC.</p> <p>а) Докажите, что <math>AC^2 = BC \cdot CK</math>.</p> <p>б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник АКВ, если <math>\cos \angle B = 2/3</math>, <math>AC = 36</math>, а площадь треугольника АКС равна <math>126\sqrt{5}</math></p>	$\frac{14}{\sqrt{5}}$

Задания для зачета

<p>Точка <math>O</math> — центр окружности, описанной около остроугольного треугольника <math>ABC</math>. На продолжении отрезка <math>AO</math> за точку <math>O</math> отмечена точка <math>K</math> так, что <math>\angle BAC + \angle AKC = 90^\circ</math>.</p> <p>а) Докажите, что четырехугольник <math>OBKC</math> вписанный.</p> <p>б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника <math>KBC</math>, если известно, что радиус окружности, описанной около треугольника <math>ABC</math> равен 12, а <math>\cos \angle BAC = 0,6</math>.</p>	
<p>В треугольник <math>ABC</math> вписана окружность радиуса <math>R</math>, касающаяся стороны <math>AC</math> в точке <math>D</math>, причём <math>AD = R</math>.</p> <p>а) Докажите, что треугольник <math>ABC</math> прямоугольный.</p> <p>б) Вписанная окружность касается сторон <math>AB</math> и <math>BC</math> в точках <math>E</math> и <math>F</math>. Найдите площадь треугольника <math>BEF</math>, если известно, что <math>R = 2</math> и <math>CD = 10</math>.</p>	10