

## 16.7. Вспомогательная окружность

<p>1) Диагональ <math>AC</math> прямоугольника <math>ABCD</math> с центром <math>O</math> образует со стороной <math>AB</math> угол <math>30^\circ</math>. Точка <math>E</math> лежит вне прямоугольника, причём <math>\angle BEC = 120^\circ</math>.</p> <p>а) Докажите, что <math>\angle CBE = \angle COE</math>.</p> <p>б) Прямая <math>OE</math> пересекает сторону <math>AD</math> прямоугольника в точке <math>K</math>. Найдите <math>EK</math>, если известно, что <math>BE = 40</math> и <math>CE = 24</math>.</p>	113
<p>2) Высоты <math>BB_1</math> и <math>CC_1</math> остроугольного треугольника <math>ABC</math> пересекаются в точке <math>H</math>.</p> <p>а) Докажите, что <math>\angle AHB_1 = \angle ACB</math>.</p> <p>б) Найдите <math>BC</math>, если <math>AH = 4</math> и <math>\angle BAC = 60^\circ</math>.</p>	$4\sqrt{3}$
<p>3) В треугольнике <math>ABC</math> проведены высоты <math>AK</math> и <math>CM</math>. На них из точек <math>M</math> и <math>K</math> опущены перпендикуляры <math>ME</math> и <math>KH</math> соответственно.</p> <p>а) Докажите, что прямые <math>EH</math> и <math>AC</math> параллельны;</p> <p>б) Найдите отношение <math>EH : AC</math>, если угол <math>ABC</math> равен <math>30^\circ</math>.</p>	3:4
<p>4) Дана трапеция <math>ABCD</math> с основаниями <math>AD</math> и <math>BC</math>. Диагональ <math>BD</math> разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями <math>AD</math> и <math>CD</math>.</p> <p>а) Докажите, что луч <math>AC</math> — биссектриса угла <math>BAD</math>.</p> <p>б) Найдите <math>CD</math>, если известны диагонали трапеции: <math>AC = 15</math> и <math>BD = 8,5</math>.</p>	8

- 16.** Отрезок AD является биссектрисой прямоугольного треугольника ABC ( $\angle C=90^\circ$ ). Окружность радиуса  $\sqrt{15}$  проходит через точки A, C, D и пересекает сторону AB в точке E так, что  $AE:AB=3:5$ . Отрезки CE и AD пересекаются в точке O.
- А) Докажите, что  $CO=OE$
  - Б) Найдите площадь треугольника ABC.

Ответ:32

Задания для подготовки

Задание 16 № [508256](#)

1) В остроугольном треугольнике  $KMN$  проведены высоты  $KB$  и  $NA$ .

а) Докажите, что угол  $ABK$  равен углу  $ANK$ .

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABM$ , если известно, что  $KN = 8\sqrt{2}$  и  $\angle KMN = 45^\circ$ .

Задание 16 № [516801](#)

2) В треугольнике  $ABC$  точки  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$  – середины сторон  $BC$ ,  $AC$  и  $AB$  соответственно,  $AH$  – высота,  $\angle BAC = 60^\circ$ ,  $\angle BCA = 45^\circ$ .

а) Докажите, что  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  и  $H$  лежат на одной окружности

б) Найдите  $A_1H$ , если  $BC = 2\sqrt{3}$

Задание 16 № [517265](#)

3) Точка  $M$  – середина гипотенузы  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . Серединный перпендикуляр к гипотенузе пересекает катет  $BC$  в точке  $N$

а) Докажите, что  $\angle CAN = \angle CMN$ .

б) Найдите отношение радиусов окружностей, описанных около треугольника  $ANB$  и  $CBM$ , если  $\operatorname{tg} \angle BAC = 4/3$

Задание 16 № [519517](#)

4) Угол  $BAC$  треугольника  $ABC$  равен  $\alpha$ . Сторона  $BC$  является хордой окружности с центром  $O$  и радиусом  $R$ , проходящей через центр окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

а) Докажите, что около четырехугольника  $ABOC$  можно описать окружность.

б) Известно, что в четырехугольник  $ABOC$  можно вписать окружность. Найдите радиус этой окружности.

Задание 16 № [520976](#)

5) Точка  $O$  – центр окружности, описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ , а  $BH$  – высота этого треугольника.

а) Докажите, что  $\angle ABH = \angle CBO$

б) Найдите  $BH$ , если  $AB = 8$ ,  $BC = 9$ ,  $BH = BO$



задачи для защиты

Задание 16 № [520976](#)

5) Точка  $O$  – центр окружности, описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ , а  $BH$  – высота этого треугольника.

а) Докажите, что  $\angle ABH = \angle CBO$

б) Найдите  $BH$ , если  $AB = 16$ ,  $BC = 18$ ,  $BH = BO$