

Тема 17.5. Симметрия (инвариантность).

1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^2 + (a-3)^2 = x+3-a + x+a-3 $ имеет единственный корень.
2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $ (x-1)^2 - 2^{1-a} + x-1 + (1-x)^2 + 2^{a-1} = 4 + 4^a$ имеет единственный корень
3. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $2\cos^2 x + \left(5a + \frac{1}{a+1}\right) \sin x = a^2 - 6a + 2$ имеет единственное решение на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
4. Найдите все значения a , при каждом из которых система $\begin{cases} 2^{\ln y} = 4^{ x } \\ \log_2(x^4 y^2 + 2a^2) = \log_2(1 - ax^2 y^2) + 1 \end{cases}$ имеет единственное решение
5. Найдите все значения a , при каждом из которых система $\begin{cases} y = (a+2)x^2 - (2a+1)x + a - 3 \\ x = (a+2)y^2 - (2a+1)y + a - 3 \end{cases}$ имеет единственное решение
6. Найдите все значения a , при каждом из которых система $\begin{cases} a(x^4 + 1) = y + 2 - x \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$ имеет единственное решение
7. Найдите все значения a , при каждом из которых система $\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ xy = a^2 - 3a \end{cases}$ имеет два решения

Ответы:

1) 1; 5 2) -1 3) 6 4) 1 5) $-7/3$; -2 6) 4 7) 2; 6