

Тема 13.7. Сечения

1. В основании правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит треугольник со стороной 6. Высота призмы равна 4. Точка N – середина ребра A_1C_1 .
 - а) Постройте сечение призмы плоскостью BAN .
 - б) Найдите периметр этого сечения.
2. В правильной четырехугольной пирамиде $PABCD$, все ребра которой равны 4, точка K – середина бокового ребра AP .
 - а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точку K и параллельной прямым PB и BC .
 - б) Найдите площадь этого сечения.
3. Точки P и Q – середины ребер AD и CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ соответственно.
 - а) Докажите, что прямые B_1P и QB перпендикулярны.
 - б) Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точку P и перпендикулярной прямой BQ , если ребро куба равно 2.
4. В основании правильной треугольной пирамиды $ABCD$ лежит треугольник ABC со стороной, равной 6. Боковое ребро пирамиды равно 5. На ребре AD отмечена точка T так, что $AT : TD = 2 : 1$. Через точку T параллельно прямым AC и BD проведена плоскость.
 - а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.
 - б) Найдите площадь сечения.
5. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 12, а боковое ребро SA равно 13. Точки M и N – середины ребер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.
 - а) Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении 5 : 1, считая от точки C .
 - б) Найдите площадь многоугольника, являющегося сечением пирамиды $SABC$ плоскостью α .
6. Основанием правильной четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является квадрат $ABCD$ со стороной $5\sqrt{2}$, высота призмы равна $2\sqrt{14}$. Точка K – середина ребра BB_1 . Через точки K и C_1 проведена плоскость α , параллельная прямой BD_1 .
 - а) Докажите, что сечение призмы плоскостью α является равнобедренным треугольником.
 - б) Найдите периметр треугольника, являющегося сечением призмы плоскостью α .
7. На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1E : EA = 5 : 3$, на ребре BB_1 – точка F так, что $B_1F : FB = 5 : 11$, а точка T – середина ребра B_1C_1 . Известно, что $AB = 6\sqrt{2}$, $AD = 10$, $AA_1 = 16$.
 - а) Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1 .
 - б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью EFT .
8. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ боковое ребро S равно 18, а сторона основания AB равна 9. В боковых гранях SAB и SAD провели биссектрисы AL и AM соответственно.
 - а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью ALM делит ребро SC пополам.
 - б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью ALM .

Ответы: 1) 19 2) $3\sqrt{3}$ 3) $2\sqrt{5}$ 4) $20/3$ 5) 44 6) 26 7) 97,5 8) 24