

Тема 13.2. Угол между плоскостями

1. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все рёбра равны 4. На его ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB = 3$. Через точки K и C_1 построена плоскость α , параллельная прямой BD_1 .
а) Докажите, что $A_1 P : PB_1 = 2 : 1$, где P — точка пересечения плоскости α с ребром $A_1 B_1$.
б) Найдите угол наклона плоскости α к плоскости грани $BB_1 C_1 C$.

2. Все рёбра правильной треугольной призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ имеют длину 6. Точки M и N — середины рёбер AA_1 и $A_1 C_1$ соответственно.
а) Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны.
б) Найдите угол между плоскостями BMN и ABB_1 .

3. Диаметр окружности основания цилиндра равен 20, образующая цилиндра равна 28. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 12 и 16. Расстояние между этими хордами равно $2\sqrt{197}$.
а) Докажите, что центры оснований цилиндра лежат по одну сторону от этой плоскости.
б) Найдите угол между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

4. На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E : EA = 3 : 4$. Точка T — середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB = 9$, $AD = 6$, $AA_1 = 14$.
а) В каком отношении плоскость ETD_1 делит ребро BB_1 ?
б) Найдите угол между плоскостью ETD_1 и плоскостью $AA_1 B_1$.

5. Дана правильная треугольная призма $ABCA_1 B_1 C_1$, все рёбра которой равны 4. Через точки A , C_1 и середину T ребра $A_1 B_1$ проведена плоскость.
а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.
б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC .

6. Сечением прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью α содержащей прямую BD_1 и параллельной прямой AC , является ромб.
а) Докажите, что грань $ABCD$ — квадрат.
б) Найдите угол между плоскостями α и BCC_1 , если $AA_1 = 6$, $AB = 4$.

7. Дана четырёхугольная пирамида $SABCD$ с прямоугольником $ABCD$ в основании. Сторона AB равна 4, а BC равна $4\sqrt{2}$. Вершина пирамиды S проецируется в точку пересечения диагоналей прямоугольника. Из вершины A и C на ребро SB опущены перпендикуляры AP и CQ .
а) Докажите, что точка P является серединой отрезка BQ .
б) Найдите угол между плоскостями SBA и SBC , если ребро SD равно 8.

8. В основании треугольной пирамиды $SABC$ лежит прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Основание высоты SO этой пирамиды является серединой ребра AB .
а) Докажите, что $SA = SC$.
б) Найдите угол между плоскостями SAC и ABC , если $AB = 30$, $SC = 17$, $CB = 24$.

Ответы:

1) $\arctg \frac{\sqrt{17}}{3}$ 2) $\arcsin \sqrt{\frac{3}{8}}$ 3) $\arctg 14$ 4) $3:11$; $\arctg \frac{\sqrt{10}}{3}$ 5) $\arctg 2$ 6) $\arccos \frac{3}{\sqrt{34}}$ 7) $\arccos \frac{1}{\sqrt{105}}$ 8) $\arctg \frac{2}{3}$