

Тема 17.6. Аналитические методы решения

1. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{x^4 - 9x^2 + a^2} = x^2 - 3x - a$ имеет три различных корня

2. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{3x-2} \ln(x-a) = \sqrt{3x-2} \ln(2x+a)$ имеет хотя бы одно решение на отрезке $[0; 1]$.

3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $2^x - a = \sqrt{4^x - 3a}$ имеет единственный корень.

4. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\frac{x^3 + x^2 - 16a^2x - 4x + a}{x^3 - 16a^2x} = 1$ имеет единственный корень.

5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\frac{x-4a}{x+4} + \frac{x-1}{x-a} = 1$ имеет единственный корень.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{28x^2 + 10ax + 25} = x^2 + ax + 5$ имеет ровно три различных корня.

7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\frac{|x| - 4a}{x^2 + 6x - 12 - a^2} = 0$ имеет ровно два различных корня.

8. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $|x^2 - a^2| = |x - a| \sqrt{x^2 - 4ax + 5a}$ имеет ровно два различных корня.

9. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\frac{x^2 + x + a}{x^2 - 2x + a^2 + 6a} = 0$ имеет ровно два различных корня.

10. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\frac{x^2 - 4x + a}{5x^2 - 6ax + a^2} = 0$ имеет ровно два различных корня.

Ответы:

- 1) $(-\infty; 0) \setminus \{-9\}$ 2) $\left(-\frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$ 3) $(-3; 3] \setminus \{0\}$ 4) $\left\{-\frac{17}{16}; 0; \frac{15}{16}; 4\right\}$ 5) $\left\{-4; \pm 1; \frac{17}{8}\right\}$
6) $\left[-\frac{23}{3\sqrt{2}}; -3\sqrt{2}\right) \cup (-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}) \cup \left(3\sqrt{2}; \frac{23}{3\sqrt{2}}\right]$ 7) $R \setminus \left\{0; \pm \frac{2}{5}; \pm 2\right\}$ 8) $\left(0; \frac{5}{7}\right) \cup \left(\frac{5}{7}; \frac{5}{3}\right)$
9) $(-\infty; -6) \cup (-6; -2) \cup (-2; 0) \cup \left(0; \frac{1}{4}\right)$ 10) $(-\infty; -5) \cup (-5; 0) \cup (0; 3) \cup (3; 4)$