

## Тема 13.7. Сечения

1. В основании правильной треугольной призмы  $ABC A_1 B_1 C_1$  лежит треугольник со стороной 6. Высота призмы равна 4. Точка  $N$  – середина ребра  $A_1 C_1$ .
  - а) Постройте сечение призмы плоскостью  $BAN$ .
  - б) Найдите периметр этого сечения.
2. В правильной четырехугольной пирамиде  $PABCD$ , все ребра которой равны 4, точка  $K$  – середина бокового ребра  $AP$ .
  - а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точку  $K$  и параллельной прямым  $PB$  и  $BC$ .
  - б) Найдите площадь этого сечения.
3. Точки  $P$  и  $Q$  – середины ребер  $AD$  и  $CC_1$  куба  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  соответственно.
  - а) Докажите, что прямые  $B_1P$  и  $QB$  перпендикулярны.
  - б) Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точку  $P$  и перпендикулярной прямой  $BQ$ , если ребро куба равно 2.
4. В основании правильной треугольной пирамиды  $ABCD$  лежит треугольник  $ABC$  со стороной, равной 6. Боковое ребро пирамиды равно 5. На ребре  $AD$  отмечена точка  $T$  так, что  $AT : TD = 2 : 1$ . Через точку  $T$  параллельно прямым  $AC$  и  $BD$  проведена плоскость.
  - а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.
  - б) Найдите площадь сечения.
5. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 12, а боковое ребро  $SA$  равно 13. Точки  $M$  и  $N$  – середины рёбер  $SA$  и  $SB$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $MN$  и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.
  - а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит медиану  $CE$  основания в отношении  $5 : 1$ , считая от точки  $C$ .
  - б) Найдите площадь многоугольника, являющегося сечением пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\alpha$ .
6. Основанием правильной четырехугольной призмы  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  является квадрат  $ABCD$  со стороной  $5\sqrt{2}$ , высота призмы равна  $2\sqrt{14}$ . Точка  $K$  – середина ребра  $BB_1$ . Через точки  $K$  и  $C_1$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная прямой  $BD_1$ .
  - а) Докажите, что сечение призмы плоскостью  $\alpha$  является равнобедренным треугольником.
  - б) Найдите периметр треугольника, являющегося сечением призмы плоскостью  $\alpha$ .
7. На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1E : EA = 5 : 3$ , на ребре  $BB_1$  – точка  $F$  так, что  $B_1F : FB = 5 : 11$ , а точка  $T$  – середина ребра  $B_1C_1$ . Известно, что  $AB = 6\sqrt{2}$ ,  $AD = 10$ ,  $AA_1 = 16$ .
  - а) Докажите, что плоскость  $EFT$  проходит через вершину  $D_1$ .
  - б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью  $EFT$ .
8. В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  боковое ребро  $S$  равно 18, а сторона основания  $AB$  равна 9. В боковых гранях  $SAB$  и  $SAD$  провели биссектрисы  $AL$  и  $AM$  соответственно.
  - а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью  $ALM$  делит ребро  $SC$  пополам.
  - б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью  $ALM$ .

Ответы: 1) 19 2)  $3\sqrt{3}$  3)  $2\sqrt{5}$  4)  $20/3$  5) 44 6) 26 7) 97,5 8) 54