

Тема 16.3. Треугольник – Окружность. Задания для подготовки

1. В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке D , причем $AD=R$.
 - а) Докажите, что треугольник ABC – прямоугольный.
 - б) Вписанная окружность касается сторон AB и BC в точках E и F соответственно. Найдите площадь треугольника BEF , если известно, что $R = 5$ и $CD = 15$.
2. Около остроугольного треугольника ABC описана окружность с центром O . На продолжении отрезка AO за точку O отмечена точка K так, что $\angle BAC + \angle AKC = 90^\circ$.
 - а) Докажите, что четырехугольник $OBKC$ вписанный.
 - б) Найдите радиус окружности, описанной около четырехугольника $OBKC$, если $\cos \angle BAC = 3/5$, а $BC = 48$.
3. В треугольнике ABC точки A_1 , B_1 и C_1 – середины сторон BC , AC и AB соответственно. AH – высота, $\angle BCA = 45^\circ$, $\angle BAC = 60^\circ$.
 - а) Докажите, что A_1 , B_1 , C_1 и H лежат на одной окружности.
 - б) Найдите A_1H , если $BC = 2\sqrt{3}$.
4. Окружность касается стороны AC остроугольного треугольника ABC и делит каждую из сторон AB и BC на три равные части.
 - а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
 - б) Найдите, в каком отношении высота этого треугольника делит сторону BC .
5. Дан треугольник ABC . Серединный перпендикуляр к стороне AB пересекается с биссектрисой угла BAC в точке K , лежащей на стороне BC .
 - а) Докажите, что $AC^2 = BC \cdot CK$.
 - б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник AKB , если $\cos \angle B = 2/3$, $AC = 36$, а площадь треугольника AKC равна $126\sqrt{5}$.

Ответы: 1) 40 2) 25 3) 1 4) 5:4 5) $14/(\sqrt{5})$