СИСТЕМА КООРДИНАТ. КООРДИНАТЫ ВЕКТОРА

Разложение вектора по координатам	$\vec{a} = x_a \cdot \vec{i} + y_a \cdot \vec{j}$ или $\vec{a}\{x_a; y_a\}$
Координаты вектора	$\overrightarrow{AB} = \{x_B - x_A;\ y_B - y_A;\}$
Сумма векторов	$\vec{a} + \vec{b} = \{x_a + x_b;\ y_a + y_b;\}$
Разность векторов	$\vec{a} - \vec{b} = \{x_a - x_b;\ y_a - y_b;\}$
Произведение на число	$k \cdot \vec{a} = \{k \cdot x_a;\ k \cdot y_a\}$
Противоположный вектор	$-\vec{a} = \{-x_a;\ -y_a\}$
Скалярное произведение	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \lvert\vec{a}\rvert \cdot \lvert\vec{b}\rvert \cdot \cos\phi = x_a x_b + y_a y_b$
Скалярный квадрат	$\vec{a}^{\,2} = \lvert\vec{a}\rvert^2 = x_a^2 + y_a^2$
Длина вектора	$\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{\vec{a}^{\,2}} = \sqrt{x_a^2 + y_a^2}$
Угол между векторами	$\cos\phi = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert \cdot \lvert\vec{b}\rvert} = \dfrac{x_a x_b + y_a y_b}{\sqrt{x_a^2 + y_a^2} \cdot \sqrt{x_b^2 + y_b^2}}$
Условие равенства векторов	$x_a = x_b,\ y_a = y_b$
Условие коллинеарности векторов	$\dfrac{x_a}{x_b} = \dfrac{y_a}{y_b}$
Условие перпендикулярности векторов	$x_a x_b + y_a y_b = 0$

ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Вектор (направленный отрезок) — это отрезок, для которого указано, какой из его концов считается началом, а какой – концом.

Нулевой вектор (нуль–вектор) — вектор, начало и конец которого совпадают и он не имеет определенного направления.
Любая точка пространства может рассматриваться как нулевой вектор.

Длина вектора (модуль, абсолютная величина) — длина его направленного отрезка.

Коллинеарные векторы — векторы, лежащие на одной прямой или на параллельных прямых.

Сонаправленные векторы — векторы, лежащие на сонаправленных лучах.

Противоположно направленные векторы — векторы, лежащие на противоположно направленных лучах.

Противоположные векторы — векторы, которые имеют равные длины и противоположно направлены.

Равные векторы — векторы, которые сонаправлены и их длины равны.

Компланарные векторы — векторы, которые при откладывании от одной точки будут лежать в одной плоскости.

Разложить вектор $\vec{p}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ — представить этот вектор в виде

$$\boxed{\vec{p} = x \cdot \vec{a} + y \cdot \vec{b}},$$

где x и y – некоторые числа, которые называются коэффициентами разложения.

Координатные векторы (орты) — единичные векторы, сонаправленные осям координат.

Координаты вектора — коэффициенты разложения вектора по координатным векторам.

Радиус–вектор точки — вектор, начало которого совпадает с началом координат, а конец – с данной точкой.

Направляющий вектор прямой — вектор, лежащий на данной прямой или на параллельной ей.

Векторы:

$\overrightarrow{AB}$ – направленный отрезок,
A – начало вектора,
B – конец вектора.

$\lvert\overrightarrow{AB}\rvert = AB$ – длина вектора.

$\overrightarrow{AA} = \vec{0}$ – нулевой вектор.

Коллинеарные векторы:

1. $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{DC}$ (AB C DC)
2. $\overrightarrow{AP}$ и $\overrightarrow{PM}$ (P ` AM)
3. $\vec{0}$ и любой вектор

Сонаправленные векторы:

$\overrightarrow{AB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AP} \uparrow\uparrow \overrightarrow{PM}$,

$\vec{0}$ сонаправлен с любым вектором

Противоположно направленные векторы:

$\overrightarrow{AB} \uparrow\downarrow \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AP} \uparrow\downarrow \overrightarrow{MA}$

Противоположные векторы:

$$\left(\lvert\overrightarrow{AB}\rvert = \lvert\overrightarrow{CD}\rvert \ и\ \overrightarrow{AB} \uparrow\downarrow \overrightarrow{CD}\right) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}\right)$$

Равные векторы:

$$\left(\lvert\overrightarrow{AB}\rvert = \lvert\overrightarrow{DC}\rvert \ и\ \overrightarrow{AB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{DC}\right) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}\right)$$

ОПЕРАЦИИ НАД ВЕКТОРАМИ

Сложение

1) (*правило треугольника*): Суммой двух векторов, отложенных последовательно, называется вектор, направленный из начала первого вектора в конец последнего.
2) (*правило параллелограмма*): Суммой двух неколлинеарных векторов, отложенных от одной точки, называется вектор с началом в этой точке и направленный по диагонали параллелограмма, построенного на этих векторах.

Сумма нескольких векторов не зависит от того, в каком порядке они складываются.

Вычитание

Разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется такой вектор, сумма которого с вектором $\vec{b}$ равна вектору $\vec{a}$.

а) *Разность удобно заменять суммой с противоположным вектором;*

б) *Правило о направлении вектора разности: «**Вектор разности направлен в сторону уменьшаемого вектора**».*

Умножение

1) (*умножение на число*): Произведением ненулевого вектора $\vec{a}$ на число k называется такой вектор $\vec{b}$, длина которого равна $|k|\cdot\vec{a}$, причем векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены при k 1 0 и противоположно направлены при $k < 0$.
2) (*скалярное произведение*): Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними:

$$\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\alpha .$$

а) *При умножении вектора на число получается вектор, скалярное произведение – число;*

б) *Если скалярное произведение векторов равно нулю, то эти векторы перпендикулярны.*

Сложение:

1) *правило треугольника*:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC};$$

2) *правило параллелограмма*:

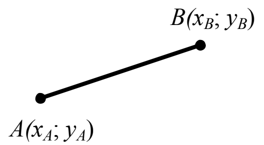
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}.$$

Вычитание:

а) $$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB};$$

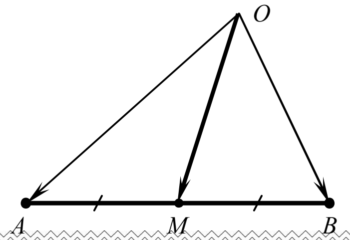
б) $$\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CM}.$$

ПРОСТЕЙШИЕ ЗАДАЧИ В КООРДИНАТАХ



Длина отрезка

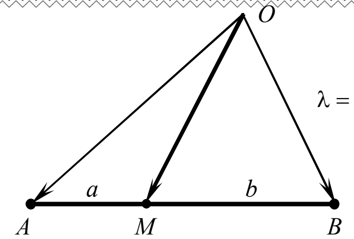
$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$



Середина отрезка

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)$$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2},$$



$$\lambda = \frac{a}{b}$$

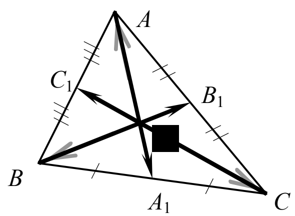
Деление отрезка в заданном отношении

$$\overrightarrow{OM} = \frac{\overrightarrow{OA} + \lambda\cdot\overrightarrow{OB}}{1+\lambda}$$

или

$$\overrightarrow{OM} = \frac{b}{a+b}\overrightarrow{OA} + \frac{a}{a+b}\overrightarrow{OB}$$

$$x_M = \frac{x_A + \lambda\cdot x_B}{1+\lambda}, \quad y_M = \frac{y_A + \lambda\cdot y_B}{1+\lambda},.$$



$$\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{CC_1} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$