ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ 8 КЛАССА

- 8.1. Если в произведении двух чисел первый множитель увеличить на 1, а второй уменьшить на 1, то произведение увеличится на 2011. Как изменится произведение исходных чисел, если, наоборот, первый множитель уменьшить на 1, а второй увеличить на 1?
- 8.2. От шоссе к четырем поселкам A,B,C,D последовательно отходят четыре дороги. Известно, что путь по дороге-шоссе-дороге от A до B равен 9 км, от A до C-13 км, от B до C-8 км, от B до D-14 км. Найдите длину такого пути от A до D.
- 8.3. Найдите все тройки положительных чисел, для которых выполняется равенство $a^2(a-1)+b^2(b-1)+c^2(c-1)=a(a-1)+b(b-1)+c(c-1)$.
- 8.4. На доске написаны три различных числа от 1 до 9. Одним ходом разрешается либо прибавить к одному из чисел 1, либо вычесть из всех чисел по 1. Верно ли, что всегда можно добиться того, чтобы на доске остались только нули, сделав не более 23 ходов?
- 8.5. На сторонах BC и BA треугольника ABC выбраны соответственно точки D и E так, что $DE \parallel AC$. Оказалось, что биссектрисы углов AED и EDC пересекаются в точке F, лежащей на стороне AC. Докажите, что центр окружности, вписанной в треугольник ABC, является центром окружности, описанной около треугольника EDF.