ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ 9 КЛАССА

9.1. Положительные числа a, b, c таковы, что точка $K(1;2)$ расположена вне параболы $y = ax^2 + bx + c$. Определите, как эта точка расположена по отношению к параболе $y = cx^2 + bx + a$.

9.2. Из произведения трех последовательных натуральных чисел вычли их сумму и получили нечетное число N. Докажите, что число N является произведением каких-то трех последовательных нечетных чисел.

9.3. В классе больше 20, но меньше 30 учеников, дни рождения у всех различны. Петя сказал: «Тех, кто старше меня в классе, в два раза больше тех, кто младше меня». Катя сказала: «Тех, кто старше меня в классе, в три раза меньше тех, кто младше меня». Сколько учеников в классе?

9.4. Точки A_1, B_1, C_1 — соответственно середины сторон BC, CA, AB треугольника ABC. Пусть O_1, O_2, O_3, O_4 — соответственно центры окружностей, описанных около треугольников AB_1C_1, BC_1A_1, CA_1B_1, $A_1B_1C_1$. Докажите, что O_4 — точка пересечения высот треугольника $O_1O_2O_3$.

9.5. Внучка выкопала на огороде 45 репок, веса которых — все натуральные числа от 1 до 45. Могла ли внучка дать по 15 репок деду и бабке так, чтобы выполнилось следующее условие: какие бы две своих репки ни положили на одну чашку весов дед и бабка — по одной каждый, внучка сможет положить на другую чашку весов одну или две свои репки так, чтобы весы уравновесились?