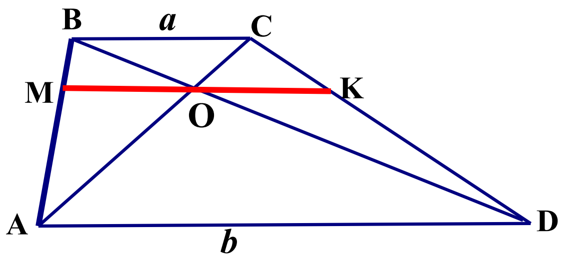
СРЕДНЕЕ ГАРМОНИЧЕСКОЕ (harmonic average- H)

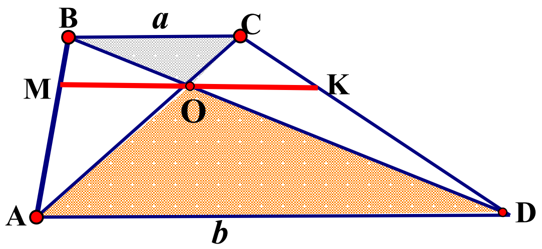
Отрезок, параллельный основаниям трапеции и проходящий через точку пересечения диагоналей, равен ***среднему гармоническому*** оснований.



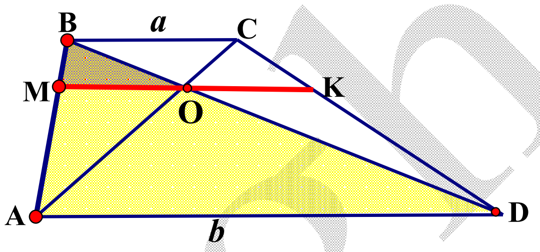
Доказательство

1) Первая пара подобных треугольников: AOD и COB. Из подобия следуют отношения:

$$\frac{OD}{OB}=\frac{OA}{OC}=\frac{AD}{BC}=\frac{b}{a} \quad (1)$$



2) Вторая пара подобных треугольников: MBO и ABD. Из подобия следуют отношения: $\frac{MO}{AD}=\frac{BO}{BD}$.(2)



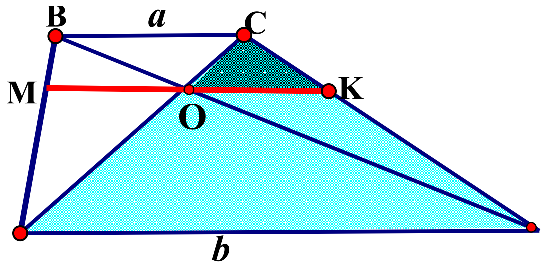
3) Так как BD = BO + OD, то равенство (2) запишется так:

$$\frac{MO}{AD}=\frac{BO}{BO+OD}=(\textit{поделим и числитель и знаменатель дроби на } BO)=\frac{1}{1+\frac{OD}{OB}}$$

Используя результаты равенства (1), получим: $\frac{1}{1+\frac{OD}{BO}}=\frac{1}{1+\frac{b}{a}}=\frac{a}{a+b}$. Таким образом $\frac{MO}{AD}=\frac{a}{a+b}$.

Отсюда, $MO=\frac{ab}{a+b}$.

5) Третья пара подобных треугольников: KCO и DCA. Из подобия следуют отношения: $\dfrac{KO}{AD}=\dfrac{OC}{AC}$.(3)



Аналогично, так как AC = AO + AC, то равенство (3) запишется так:

$\dfrac{KO}{AD}=\dfrac{OC}{AO+OC}=\dfrac{1}{\dfrac{AO}{OC}+1}$ =(см равенство (1))= $\dfrac{1}{\dfrac{b}{a}+1}=\dfrac{a}{b+a}$. Таким образом,

$\dfrac{KO}{AD}=\dfrac{a}{a+b}$. Отсюда, $KO=\dfrac{ab}{a+b}$

Итак, делаем, вывод: отрезки KO и MO равны, а длина отрезка MK равна $\dfrac{2ab}{a+b}$. Ч.т.д