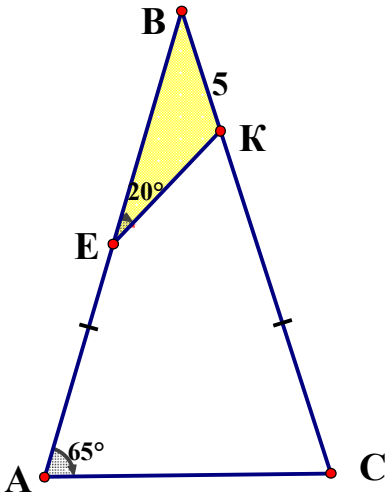


В равнобедренном треугольнике  $ABC$   $AB=BC$ ,  $\angle A=65^\circ$ . Через середину  $E$  стороны  $AB$  проведена прямая, пересекающая  $BC$  в точке  $K$ ,  $\angle KEB=20^\circ$ . Найдите площадь треугольника  $BEK$  и радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $BK=5$

### РЕШЕНИЕ



1) Напишем формулу для площади треугольника  $BEK$ :

$$S = \frac{1}{2} \cdot BE \cdot BK \cdot \sin \angle B. \text{ Видно, что для решения задачи нам}$$

надо найти сторону  $BE$  и угол  $B$ . Начнем с нахождения более простого, а именно, с угла  $B$ .

2) Угол  $B$  будем искать в треугольнике  $ABC$ . Так как он равнобедренный, то в нем  $\angle C = \angle A = 65^\circ$ . Тогда  $\angle B = 180^\circ - (\angle A + \angle C) = 50^\circ$ . Итак, нам известен угол  $B$ .

3) Найдём угол  $K$  в треугольнике  $BEK$ :  $\angle K = 180^\circ - (\angle B + \angle E) = 180^\circ - (20^\circ + 50^\circ) = 110^\circ$ .

4) Найдём длину стороны  $BE$ . Так как в треугольнике  $BEK$  нам известна лишь одна сторона и все углы, то воспользуемся

$$\text{теоремой синусов: } \frac{BE}{\sin K} = \frac{BK}{\sin E}, \text{ то есть, } \frac{BE}{\sin 110^\circ} = \frac{5}{\sin 20^\circ},$$

откуда  $BE = \frac{5 \sin 110^\circ}{\sin 20^\circ}$ . Заменяем в этой формуле  $\sin 110^\circ$  на синус смежного угла, то есть

$\sin 110^\circ = \sin 70^\circ$ . Получим:  $BE = \frac{5 \sin 70^\circ}{\sin 20^\circ}$ . А теперь заменим, к примеру,  $\sin 20^\circ$  на косинус

дополнительного угла, то есть  $\sin 20^\circ = \cos 70^\circ$ . Получим:  $BE = \frac{5 \sin 70^\circ}{\cos 70^\circ} = 5 \operatorname{tg} 70^\circ$ .

(\*тот, кому надо, посмотрит значения тангенса 70 градусов в таблице Брадиса)

5) Теперь самое время найти площадь треугольника  $BEK$ .

$$S = \frac{1}{2} \cdot BE \cdot BK \cdot \sin \angle B = \frac{5}{2} \operatorname{tg} 70^\circ \cdot 5 \sin 50^\circ = \frac{25}{2} \operatorname{tg} 70^\circ \sin 50^\circ.$$

$$\text{Итак, } S = \frac{25 \operatorname{tg} 70^\circ \sin 50^\circ}{2}$$

(\*тот, кому надо, посмотрит значения тангенса 70 градусов и синуса 50 градусов в таблице Брадиса))

6) Для нахождения радиуса описанной окружности воспользуемся обобщенной теоремой

$$\text{синусов для треугольника } ABC: \frac{AB}{\sin A} = 2R. \text{ Из этой формулы выразим } R: R = \frac{AB}{2 \sin A}.$$

$$\text{Так как } AB = 2BE = 2 \cdot 5 \operatorname{tg} 70^\circ = 10 \operatorname{tg} 70^\circ, \text{ то } R = \frac{10 \operatorname{tg} 70^\circ}{2 \sin 65^\circ}.$$

$$\text{Ответ: } S = \frac{25 \operatorname{tg} 70^\circ \sin 50^\circ}{2}; R = \frac{10 \operatorname{tg} 70^\circ}{2 \sin 65^\circ}$$