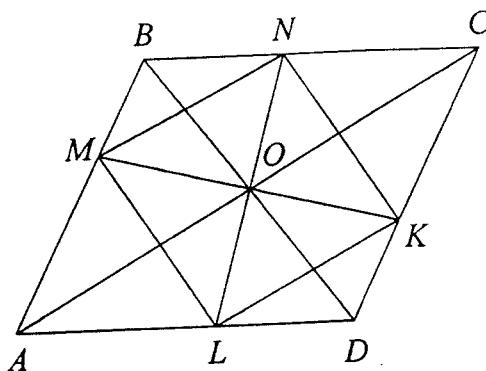


26

Вершины ромба расположены на сторонах параллелограмма, а стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите отношение площадей ромба и параллелограмма, если отношение диагоналей параллелограмма равно 59.

Решение.

Пусть вершины M , N , K и L ромба $MNKL$ расположены соответственно на сторонах AB , BC , CD и AD параллелограмма $ABCD$, а стороны MN и KN ромба соответственно параллельны диагоналям AC и BD параллелограмма, причём $\frac{AC}{BD} = 59$ (см. рис.).



Если угол между диагоналями параллелограмма равен α , то

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD \sin \alpha, \quad S_{KLMN} = MN \cdot KN \sin \alpha = MN^2 \sin \alpha,$$

$$\text{откуда получаем, что } \frac{S_{KLMN}}{S_{ABCD}} = \frac{2MN^2}{AC \cdot BD}.$$

Заметим, что центр ромба совпадает с центром O параллелограмма. Поскольку ON — биссектриса треугольника BOC , получаем, что

$$\frac{BN}{CN} = \frac{OB}{OC} = \frac{1}{59}; \quad \frac{BN}{BC} = \frac{1}{60}.$$

Из подобия треугольников BMN и BAC находим, что $MN = \frac{1}{60} AC$.

Следовательно,

$$\frac{S_{KLMN}}{S_{ABCD}} = \frac{2MN^2}{AC \cdot BD} = \frac{2 \cdot \frac{1}{3600} AC^2}{AC \cdot BD} = \frac{1}{1800} \cdot 59 = \frac{59}{1800}.$$

Ответ: 59:1800.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|--|
| 4 | Ход решения задачи верный, получен верный ответ |
| 3 | Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 4 | Максимальный балл |