

15.1 Угол между прямыми

1. Точка E — середина ребра CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

а) Докажите, что угол между прямыми BE и AD равен углу CBE .

б) Найдите угол между прямыми BE и AD .

2. В правильном тетраэдре $ABCD$ проведена высота DH . K — середина отрезка CH . BM — медиана боковой грани BCD .

а) Докажите, что угол между DH и BM равен углу BMK .

б) Найдите угол между DH и BM .

3. Дана правильная шестиугольная пирамида $SAB CDEF$.

а) Докажите, что угол между прямыми SB и CD равен углу SBE .

б) Если стороны основания равны 1, а боковые ребра равны 2, найдите угол между прямыми SB и CD .

4. В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$ все рёбра равны 1.

а) Докажите, что прямая AB_1 параллельна прямой, проходящей через середины отрезков AC и BC_1 .

б) Найдите косинус угла между прямыми AB_1 и BC_1 .

5. Длина ребра правильного тетраэдра $ABCD$ равна 1. M — середина ребра BC , L — середина ребра AB .

а) Докажите, что плоскость, параллельная прямой CL и содержащая прямую DM , делит ребро AB в отношении 3 : 1, считая от вершины A .

б) Найдите угол между прямыми DM и CL .

6. В правильной шестиугольной пирамиде $SAB CDEF$ с вершиной S в грани SBC проведена высота SH , а в грани SEF проведена высота SK .

а) Докажите, что прямая AD перпендикулярна плоскости SHK .

б) Найдите угол между прямыми BE и SH , если $SA = 13$, а $BC = 10$.

7. В тетраэдре $ABCD$ ребро AD имеет длину 4, а все остальные рёбра равны 6.

а) Докажите, что прямые AD и BC перпендикулярны.

б) Найдите площадь сечения тетраэдра плоскостью, содержащей прямую BC и перпендикулярной прямой AD .

8. В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB=5$ и $BC=12$. Длины боковых рёбер пирамиды $SA=2\sqrt{14}$, $SB=9$, $SD=10\sqrt{2}$.

а) Докажите, что SA — высота пирамиды $SABCD$.

б) Найдите угол между прямыми SC и BD .

Ответы:

1) $\arctg(1/2)$ 2) $\arccos(\sqrt{2}/3)$ 3) 60° 4) $1/4$ 5) $\arccos(1/6)$ 6) $\arccos(5/8)$ 7) $3\sqrt{23}$ 8) $\arccos(119/195)$.