

1. В основании прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$). Точки K и M – середины ребер A_1B_1 и AC соответственно. а) Докажите, что $KM = KB$ б) Найдите угол между прямой KM и плоскостью ABB_1, если $AB = 8$, $AC = 6$ и $AA_1 = 3$.	2. Грани ABD и ACD тетраэдра $ABCD$ являются правильными треугольниками со стороной 10 и перпендикулярны друг другу. На ребрах AB, AD и CD отмечены точки K, L и M соответственно, причём $BK = 2$, $AL = 4$, $MD = 3$. а) Докажите, что плоскость KLM перпендикулярна ребру CD. б) Найдите длину отрезка пересечения грани ABC и плоскости KLM.
3. В основании четырехугольной пирамиды $SABC$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = \sqrt{5}$ и $BC = 2$. Длины боковых ребер пирамиды $SA = \sqrt{7}$, $SB = 2\sqrt{3}$, $SD = \sqrt{11}$. а) Докажите, что SA – высота пирамиды б) Найдите угол между прямой SC и плоскостью ASB	4. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ известны ребра: $AB = 4\sqrt{2}$, $AA_1 = 4$. Точка M – середина ребра BC. а) Докажите, что B_1C_1 и C_1M перпендикулярны б) Найдите угол между прямой C_1M и плоскостью грани ABB_1A_1
5. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC известны ребра $AB = 8\sqrt{3}$, $SC = 10$ а) Докажите, что $AS \perp BC$ б) Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой, проходящей через середины ребер AS и BC	6. Длины всех ребер правильной четырехугольной пирамиды $PABCD$ с вершиной P равны 2. а) Докажите, что противоположные боковые ребра этой пирамиды взаимно перпендикулярны. б) Найдите угол между прямой BM и плоскостью BDP, если точка M – середина бокового ребра пирамиды AP.
7. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания равна 4, а боковое ребро равно 2. Точка M – середина ребра A_1C_1, а точка O – точка пересечения диагоналей боковой грани ABB_1A_1. а) Докажите, что точка пересечения диагоналей четырехугольника, являющегося сечением призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью AMB, лежит на отрезке OC_1. б) Найдите угол между прямой OC_1 и плоскостью AMB.	8. Точка O – точка пересечения диагоналей грани CDD_1C_1 куба $ABCD A_1B_1C_1D_1$. Плоскость DA_1C_1 пересекает диагональ BD_1 в точке F. а) Докажите, что $BF:FD_1 = A_1F:FO$ б) Точки M и N – середины ребер AB и AA_1, соответственно. Найдите угол между прямой MN и плоскостью DA_1C_1.

Ответы:

1) $\arcsin \frac{3\sqrt{55}}{40}$ 2) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ 3) 30° 4) 30° 5) $\arctg \frac{21}{40}$ 6) $\arcsin \frac{\sqrt{6}}{6}$ 7) $\arcsin \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{91}}$ 8) $\arctg \sqrt{2}$