

15.3 Угол между плоскостями

1. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все рёбра равны 4. На его ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB = 3$. Через точки K и C_1 построена плоскость α, параллельная прямой BD_1. а) Докажите, что $A_1 P : P B_1 = 2 : 1$, где P — точка пересечения плоскости α с ребром $A_1 B_1$. б) Найдите угол наклона плоскости α к плоскости грани $BB_1 C_1 C$.	2. Все рёбра правильной треугольной призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ имеют длину 6. Точки M и N — середины рёбер AA_1 и $A_1 C_1$ соответственно. а) Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны. б) Найдите угол между плоскостями BMN и ABB_1.
3. Диаметр окружности основания цилиндра равен 20, образующая цилиндра равна 28. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 12 и 16. Расстояние между этими хордами равно $2\sqrt{197}$. а) Докажите, что центры оснований цилиндра лежат по одну сторону от этой плоскости. б) Найдите угол между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра	4. На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E : EA = 3 : 4$. Точка T — середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB = 9$, $AD = 6$, $AA_1 = 14$. а) В каком отношении плоскость ETD_1 делит ребро BB_1? б) Найдите угол между плоскостью ETD_1 и плоскостью $AA_1 B_1$
5. Дана правильная треугольная призма $ABCA_1 B_1 C_1$, все рёбра которой равны 4. Через точки A, C_1 и середину T ребра $A_1 B_1$ проведена плоскость. а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником. б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC.	6. Сечением прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью α содержащей прямую BD_1 и параллельной прямой AC, является ромб. а) Докажите, что грань $ABCD$ — квадрат. б) Найдите угол между плоскостями α и BCC_1, если $AA_1 = 6$, $AB = 4$.
7. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все ребра равны 3. На ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB = 2$. Через точки K и C_1 проведена плоскость α, параллельная прямой BD_1. а) Докажите, что плоскость α проходит через середину ребра $A_1 B_1$ б) Найдите угол наклона плоскости α к плоскости грани $BB_1 C_1 C$.	8. В основании треугольной пирамиды $SABC$ лежит прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C. Основание высоты SO этой пирамиды является серединой ребра AB. а) Докажите, что $SA = SC$. б) Найдите угол между плоскостями SAC и ABC, если $AB = 30$, $SC = 17$, $CB = 24$
9. Дана четырёхугольная пирамида $SABCD$ с прямоугольником $ABCD$ в основании. Сторона AB равна 4, а BC равна $4\sqrt{2}$. Вершина пирамиды S проектируется в точку пересечения диагоналей прямоугольника. Из вершины A и C на ребро SB опущены перпендикуляры AP и CQ. а) Докажите, что точка является серединой отрезка BQ. б) Найдите угол между плоскостями SBA и SBC, если ребро SD равно 8	

Ответы:

- 1) $\arctg(1/2)$ 2) $\arccos(\sqrt{2}/3)$ 3) 60° 4) $1/4$ 5) $\arccos(1/6)$ 6) $\arccos(5/8)$ 7) $\arctg(\sqrt{10}/2)$
8) $\arccos(119/195)$ 9) $3\sqrt{23}$