

15.4 Расстояние от точки до плоскости

1. На ребрах CD и BB_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 12 отмечены точки P и Q соответственно, причем $DP = 4$, а $B_1Q = 3$. Плоскость APQ пересекает ребро CC_1 в точке M .

- а) Докажите, что точка M является серединой ребра CC_1 .
б) Найдите расстояние от точки C до плоскости APQ

3. В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$ сторона AB основания равна 12, а высота призмы равна 2. На ребрах $B_1 C_1$ и AB отмечены точки P и Q соответственно, причем $PC_1 = 3$, а $AQ = 4$. Плоскость $A_1 PQ$ пересекает ребро BC в точке M .

- а) Докажите, что точка M является серединой ребра BC .
б) Найдите расстояние от точки B до плоскости PQ

5. В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 12$ и $BC = 5\sqrt{3}$. Длина боковых рёбер пирамиды $SA = 5$, $SB = 13$, $SD = 10$.

- а) Докажите, что SA - высота пирамиды $SABCD$.
б) Найдите расстояние от вершины A до плоскости SBC .

7. Основание шестиугольной пирамиды $SABDEF$ – правильный шестиугольник $ABCDEF$. Высота пирамиды втрое больше стороны основания и проходит через E .

- а) Докажите, что угол между боковой гранью ASB и плоскостью основания равен 60° .
б) Найдите расстояние от точки C до плоскости ASB , если сторона основания пирамиды равна 4.

2. В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной $AB = 4$ и диагональю $BD = 7$. Все боковые ребра пирамиды равны 4. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , а на ребре AS – точка F так, что $SF = BE = 3$.

- а) Докажите, что плоскость CEF параллельна ребру SB .
б) Плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q . Найдите расстояние от точки Q до плоскости ABC .

4. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 5. На ребрах SA , AB и BC взяты точки P , Q , R соответственно так, что $PA = AQ = RC = 2$.

- а) Докажите, что плоскость PQR перпендикулярна ребру SD .
б) Найдите расстояние от вершины D до плоскости PQR .

6. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 3$, $AD = 4$, $AA_1 = 6$. Через точки B_1 и D параллельно AC проведена плоскость, пересекающая ребро CC_1 в точке L .

- а) Докажите, что L - середина CC_1 .
б) Найдите расстояние от точки B до плоскости сечения.

8. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания $AD = 14$, высота $SH = 24$. Точка P — середина бокового ребра SD , а точка N — середина ребра CD . Плоскость ABP пересекает боковое ребро SC в точке K .

- а) Докажите, что прямая KP пересекает отрезок SN в его середине.
б) Найдите расстояние от точки K до плоскости ABS .

Ответы:

- 1) $\frac{12\sqrt{26}}{13}$ 2) $\frac{2\sqrt{15}}{7}$ 3) $\frac{3\sqrt{30}}{5}$ 4) 3,5 5) $\frac{60}{13}$ 6) $\frac{24\sqrt{41}}{41}$ 7) 3 8) $\frac{168}{25}$