

19.6 Функциональные методы

1. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $x^2 + (a-3)^2 = x+3-a + x+a-3$ имеет единственный корень. (симметрия)	2. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $(x-1)^2 - 2^{1-a} + x-1 + (1-x)^2 + 2^{a-1} = 4 + 4^a$ имеет единственный корень (замена, симметрия)
3. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $2 \cos^2 x + \left(5a + \frac{1}{a+1}\right) \sin x = a^2 - 6a + 2$ имеет единственное решение на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ (симметрия)	4. Найдите все значения a, при каждом из которых система $\begin{cases} 2^{\ln y} = 4^{ x } \\ \log_2(x^4 y^2 + 2a^2) = \log_2(1 - ax^2 y^2) + 1 \end{cases}$ имеет единственное решение (симметрия)
5. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $\sqrt{a^2 + x^2} = \sqrt{a^4 - x^4} + a^2 - 5a$ имеет единственное решение (симметрия, ограниченность)	6. Найдите все значения a, при каждом из которых система $\begin{cases} a(x^4 + 1) = y + 2 - x \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$ имеет единственное решение (симметрия, оценка)
7. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $a^2 + 11 x+2 + 3\sqrt{x^2 + 4x + 13} = 5a + 2 x-2a+2$ имеет хотя бы один корень (ограниченность)	8. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $x^3 + 2x^2 - ax + 4 = 0$ имеет единственный корень на отрезке $[-1; 2]$ (исследование с производной)
9. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $a-3 (x^2 - a x + a^2)^2 + \log_2^2 x + x = 2\sqrt{x} \log_2 x$ имеет хотя бы один корень. (сумма квадратов)	10. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $27x^6 + (4a - 2x)^3 + 6x^2 + 8a = 4x$ не имеет корней (монотонность)

Ответы:

1) 1; 5 2) -1 3) 6 4) 1 5) 0; 3 6) 4 7) $\left[\frac{9-3\sqrt{5}}{2}; \frac{9+3\sqrt{5}}{2}\right]$ 8) $(-\infty; -5] \cup \{7\} \cup (10; +\infty)$ 9) 3 10) $\left(\frac{1}{12}; +\infty\right)$